

数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより15ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HB または B)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横1行について1箇所に限ります。
2箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

問題 **1** の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の

--

 内の ア から モ に当てはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数字を解答用マークシートの解答欄の指定された行にマークせよ。ただし、

--	--

 は 2 桁の数を表す。値が根号を含む場合は、根号の中にあらわれる自然数が最小になる形で表すものとする。また、分数は既約分数として表すものとする。 (30 点)

(1) 1 から 9 までの番号が書かれた 9 個のボールが袋に入っている。この袋の中から 1 個のボールを取り出し、その番号を確認してから元に戻す試行を考える。

(a) この試行を 3 回行ったとき、同じ番号のボールを少なくとも 2 回取り出す確率は

ア	イ
ウ	エ

 である。

(b) この試行を 2 回行ったとき、取り出したボールの番号の差が 1 以下となる確率は

オ	カ
キ	ク

 である。

(下書き用紙)

- (2) t を $t > 1$ をみたす実数とし, xy 平面上で次の方程式で表される 3 直線 l_1, l_2, l_3 を考える。

$$l_1 : tx - y = 0$$

$$l_2 : x - ty - t^2 = 0$$

$$l_3 : x + ty - t^2 = 0$$

l_1, l_2, l_3 で囲まれる三角形の面積を $S(t)$ とし, この三角形の x 軸の上側の部分の面積を $S_1(t)$, x 軸の下側の部分の面積を $S_2(t)$ とする。

- (a) $S_2(t) = 2S_1(t)$ となる t の値は $t = \sqrt{\text{ケ}}$ である。

- (b)

$$S(t) = \frac{t \text{ コ}}{t \text{ サ} - \text{シ}}$$

であり, $S(t)$ を t で微分して符号を調べることにより, $S(t)$ は

$t = \left(\frac{\text{ス}}{\text{セ}} \right)^{\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}}$ で最小値をとることが分かり, 最小値は

$$\frac{7}{\text{チ}} \left(\frac{\text{ツ}}{\text{テ}} \right)^{\frac{\text{ト}}{\text{ナ}}}$$

となる。

(下書き用紙)

(3) p を実数とし、方程式 $x^3 - px^2 - \frac{13}{4}x + \frac{15}{8} = 0$ は 3 つの実数解 a, b, c ($a > b > c$) をもつとする。 $a + c = 2b$ をみたすとき、

$$a = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}, \quad b = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}, \quad c = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}, \quad p = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

(下書き用紙)

(4) O を原点とする空間内に 3 点 A, B, C がある。

$$|\overrightarrow{OA}| = 2, \quad |\overrightarrow{OB}| = 1, \quad |\overrightarrow{OC}| = 3$$

であり、 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ のどの 2 つのなす角も $\frac{\pi}{3}$ であるとする。G を $\triangle ABC$ の重心とし、M を AB の中点、N を BC の中点、L を MN の中点とする。このとき、

$$|\overrightarrow{OG}| = \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}, \quad |\overrightarrow{GL}| = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ミ}} \mid \boxed{\text{ム}}}}{\boxed{\text{メ}} \mid \boxed{\text{モ}}}$$

である。

(下書き用紙)

問題 **2** の解答は**解答用紙**に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

2 自然数 n に対して、3次曲線 $C_n : y = x(x - n)(x - n - 1)$ を考え、原点 O を通る C_n の接線で、接点が原点以外のものを l_n とする。また、 C_n の原点における接線と C_n で囲まれた部分の面積を S_n とし、 l_n と C_n で囲まれる部分の面積を T_n とする。次の問いに答えよ。(35点)

- (1) l_n の方程式を求めよ。
- (2) S_n, T_n を求め、さらに、 $\frac{T_n}{S_n}$ を求めよ。
- (3) l_1 と平行な C_1 の接線で、 l_1 と異なるものを l' とする。 l' の方程式を求めよ。
- (4) l' は(3)におけるとおりとする。次の4直線で囲まれる部分を x 軸のまわりに1回転して得られる回転体の体積を求めよ。
 - l_1
 - l'
 - l_1 が C_1 と接する点を通り、 y 軸に平行な直線
 - l' が C_1 と接する点を通り、 y 軸に平行な直線

(下書き用紙)

問題 **3** の解答は**解答用紙**に記入しなさい。答だけでなく、答を導く過程も記入しなさい。

3 行列

(下書き用紙)